2022年度　長岡崇徳大学　一般入試（Ⅰ期）「数学Ⅰ・A」解答例

$\boxed{1}$　次の問いに答えよ．

(1) 次の式を因数分解せよ．

$6x^2+20x+6$

$6x^2+20x+6=2(3x^2+10x+3)=2(3x+1)(x+3)$

(2) 次の式を因数分解せよ．

$x^3+2x^2y+xy+2y^2$

$x^3+2x^2y+xy+2y^2=2y^2+(2x^2+x)y+x^3=(2y+x)(y+x^2)$

(3) 次の循環小数を分数で表わせ．

$5.\dot{2}\dot{5}$

$x=5.\dot{2}\dot{5}$ と置く

$100x=525.\dot{2}\dot{5}$…①

$x=5.\dot{2}\dot{5}$…②

①−②　$99x=520$

$x=\dfrac{520}{99}$

$\boxed{2}$　$\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，次の問いに答えよ．

(1) a，b を求めよ．

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}=\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1}=\sqrt{3}+1$$

$1<\sqrt{3}<2$ より，$a=2$，$b=\sqrt{3}-1$

(2) $a^2+2ab+b^2$ の値を求めよ．

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2=\left(\sqrt{3}+1\right)^2=3+2\sqrt{3}+1=4+2\sqrt{3}$$

$\boxed{3}$ 次の命題について，次の問いに答えよ．

$x+y=4$ ならば「$x=2$ かつ $y=2$」

(1) 命題の逆を述べ，その真偽をいえ．

$x=2$ かつ $y=2$　ならば「$x+y=4$」

これは明らかに成り立つ．真

(2) 命題の対偶を述べ，その真偽をいえ．

$x\neq 2$ または $y\neq 2$　ならば「$x+y\neq 4$」

反例 $x=1$，$y=3$ より，偽

$\boxed{4}$ 2 次関数のグラフが 3 点 A(2，3)，B(−2，−5)，C(4，−5)　を通るとき，次の問いに答えよ．

(1) 2 次関数を求めよ．

$y=ax^2+bx+c$とすると，

点 $\mathrm{A}(2,\ 3)$ を通る．$3=4a+2b+c$

$4a+2b+c=3\cdots$①

点 $\mathrm{B}(-2,\ -5)$ を通る．$-5=4a-2b+c$

$4a-2b+c=-5\cdots$②

点 $\mathrm{C}(4,\ -5)$ を通る．$-5=16a+4b+c$

$16a+4b+c=-5\cdots$③

①−②　$4b=8$

$b=2$

$b=2$を①へ代入

$4a+2\cdot 2+c=3$

$4a+c=-1\cdots$④

$b=2$を③へ代入

$16a+4\cdot 2+c=-5$

$16a+c=-13\cdots$⑤

⑤−④　$12a=-12$

$a=-1$

$a=-1$を④に代入 $-4+c=-1$

$c=3$

求める方程式は　$y=-x^2+2x+3$

別解

点 B，点 C より，2 次関数の頂点の座標$(1,\ a)$とすると．

$y=b(x-1)^2+a$

点$A(2,\ 3)$ を通る．

$3=b(2-1)^2+a$

$3=b+a$

$a+b=3$…①

点 $B(-2,\ -5)$ を通る．

$-5=b(-2-1)^2+a$

$-5=9b+a$

$a+9b=-5$…②

②$-$①より$8b=-8$

$b=-1$

①より$a=4$

$y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x-1+4=-x^2+2x+3$

(2) グラフと x軸との共有点の座標を求めよ．

$-x^2+2x+3=0$ を解く．

$x^2-2x-3=0$

$(x-3)(x+1)=0$

$x=-1,\ 3$より，共有点の座標 $(-1,\ 0)$，$(3,\ 0)$

$\boxed{5}$ △ABC において，AB＝6，AC＝4，A=60° とし，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき，次の問いに答えよ．

(1) 線分 BC の長さを求めよ．

余弦定理より$\mathrm{BC}^2=\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2-2\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AC}\cdot\cos\mathrm{A}=6^2+4^2-2\cdot6\cdot4\cdot\frac{1}{2}=36+16-24=28$

$\mathrm{BC}>0$ より

$\mathrm{BC}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

(2) 線分 BD の長さを求めよ．

AD は∠A の二等分線であるから

BD：DC＝AB：AC＝6: 4＝3 : 2

$\mathrm{BC} = 2\sqrt{7}$ より

$$\mathrm{BD} = \frac{3}{3+2}\mathrm{BC} = \frac{3}{5} \cdot 2\sqrt{7} = \frac{6\sqrt{7}}{5}$$

(3) 線分 AD の長さを求めよ.

三角形の面積について，$\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{ABD} + \triangle\mathrm{ACD}$　より

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot \sin 60° = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \mathrm{AD} \cdot \sin 30° + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \mathrm{AD} \cdot \sin 30°$$

左辺

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot \sin 60° = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

右辺

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \mathrm{AD} \cdot \sin 30° + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \mathrm{AD} \cdot \sin 30° = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \mathrm{AD} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \mathrm{AD} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot \mathrm{AD} + \mathrm{AD} = \frac{5}{2}\mathrm{AD}$$

$$6\sqrt{3} = \frac{5}{2}\mathrm{AD}$$

$$\mathrm{AD} = \frac{12\sqrt{3}}{5}$$

$\boxed{6}$ 次の硬貨を使ってちょうど支払いできる金額は何通りあるか.

(1) 1 円硬貨 2 枚，5 円硬貨 2 枚，10 円硬貨 2 枚，50 円硬貨 2 枚.

5 円硬貨 2 枚で 10 円となるため，10 円硬貨 2 枚を 5 円硬貨 4 枚として考えると，それぞれの硬貨の枚数は,

1 円硬貨 2 枚，5 円硬貨 6 枚，50 円硬貨 2 枚

それぞれの硬貨の枚数から，支払える組み合わせは

$3 \cdot 7 \cdot 3 = 63$ 通り

すべて 0 枚(0 円)も含まれているため,

$63 - 1 = 62$　通り

(2) 1 円硬貨 2 枚，5 円硬貨 2 枚，10 円硬貨 2 枚，50 円硬貨 2 枚，100 円硬貨 2 枚.

(1)と同様に，10 円硬貨 2 枚を 5 円硬貨 4 枚，100 円硬貨 2 枚を 50 円硬貨 4 枚として考えると，それぞれの硬貨の枚数は,

1 円硬貨 2 枚，5 円硬貨 6 枚，50 円硬貨 6 枚

それぞれの硬貨の枚数から，支払える組み合わせは

$3 \cdot 7 \cdot 7 = 147$ 通り

すべて 0 枚(0 円)も含まれているため,

$147-1=146$　通り

$\boxed{7}$ 5%の食塩水200gに8%の食塩水を加えて食塩水を作る. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 8%の食塩水の量をxg，出来上がった食塩水の濃度y%とするとき，yをxを用いた式で表せ.

$$y=\frac{0.08x+0.05\times 200}{200+x}\times 100=\frac{0.08x+10}{200+x}\times 100=\frac{8x+1000}{200+x}$$

(2) 6%以上の食塩水を作りたい．このとき，xの範囲を求めよ.

$6\leqq\dfrac{8x+1000}{200+x}$

$200+x>0$より

$6(200+x)\leqq 8x+1000$

$1200+6x\leqq 8x+1000$

$2x\geqq 200$

$x\geqq 100$

$\boxed{8}$ A，B，C，D，E，F の 6 人を 1 列に並べるとき，次の問いに答えよ.

(1) A と B と C の 3 人が連続して並ぶ並び方は何通りあるか.

A と B と C をグループ X とすると，

X，D，E，F の並び方は

$4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=24$ 通り

A，B，C の並び方 $3\cdot 2\cdot 1=6$ 通り

よって

$24\cdot 6=144$ 通り

(2) A と B と C の 3 人がどれも隣り合わせにならない並び方は何通りあるか.

◯△◯△◯△◯

4 つの◯の位置に A，B，C が並び，3 つの△の位置に D，E，F が並ぶ.

◯の並び方 $4\cdot 3\cdot 2=24$ 通り

△の並び方 $3\cdot 2\cdot 1=6$ 通り

よって，$24\cdot 6=144$ 通り

$\boxed{9}$ クラスの 5 人に 20 点満点の数学の試験を行ったところ，得点は，8，12，10，6，xであった．次の問いに答えよ.

(1) 全員の得点に 2 点加えると，平均値が 10 点になることがわかった．xを求めよ．

$(8+12+10+6+x)\div 5+2=10$
$8+12+10+6+x=40$
$x=40-36=4$
4 点

(2) 分散と標準偏差を求めよ．

$\{(8-8)^2+(12-8)^2+(10-8)^2+(6-8)^2+(4-8)^2\}\div 5$
$=(0+16+4+4+16)\div 5=40\div 5=8$
分散 8
標準偏差 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$