

2025年度 長岡崇徳大学 一般選抜 I 期 「数学 I・A」 解答例

① 次の問いに答えよ.

(1) 次の式を展開せよ.

$$\begin{aligned} & (x^4 - 4)(x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2) \\ (x^4 - 4)(x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2) &= (x^4 - 4)\{(x^2 + 2)^2 - (2x)^2\} \\ &= (x^4 - 4)(x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2) = (x^4 - 4)(x^4 + 4) = x^8 - 16 \end{aligned}$$

(2) 次の式を因数分解せよ.

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 5xy - 3y^2 + 7x + 7y - 4 \\ 2x^2 - 5xy - 3y^2 + 7x + 7y - 4 &= 2x^2 + (-5y + 7)x - 3y^2 + 7y - 4 \\ &= 2x^2 + (-5y + 7)x - (3y - 4)(y - 1) = \{2x + (y - 1)\}\{x - (3y - 4)\} \\ &= (2x + y - 1)(x - 3y + 4) \end{aligned}$$

② 次の式を有理化せよ.

$$\frac{1}{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}} &= \frac{1 - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{1 - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{(1 - \sqrt{2})^2 - 3} = \frac{1 - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{1 - 2\sqrt{2} + 2 - 3} \\ &= \frac{1 - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{-2\sqrt{2}} = \frac{(1 - \sqrt{2} - \sqrt{3}) \times \sqrt{2}}{-2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 2 - \sqrt{6}}{-4} = \frac{-2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}}{-4} \\ &= \frac{2 - \sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

③ 次の方程式を解け.

$$|x| + |x - 5| = 7$$

$x < 0$ のとき

$$\begin{aligned} -x - x + 5 &= 7 \\ -2x &= 2 \\ x &= -1 \cdots \text{①} \end{aligned}$$

$0 \leq x < 5$ のとき

$$\begin{aligned} x - x + 5 &= 7 \\ 0x &= 2 \text{ (解なし)} \end{aligned}$$

$5 \leq x$ のとき

$$\begin{aligned} x + x - 5 &= 7 \\ 2x &= 12 \\ x &= 6 \cdots \text{②} \end{aligned}$$

①, ②より

$$x = -1, 6$$

④ 2次方程式 $x^2 - 4x - 9 = 0$ について, 次の問いに答えよ.

(1) 解を求めよ.

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot (-9)}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 36}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{52}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{13}}{2} = 2 \pm \sqrt{13}$$

(2) 2つの解を α , β とするとき, $\alpha + \beta$ を求めよ

$$\alpha + \beta = 2 + \sqrt{13} + 2 - \sqrt{13} = 4$$

(3) 2つの解を α , β とするとき $\alpha\beta$ を求めよ

$$\alpha\beta = (2 + \sqrt{13})(2 - \sqrt{13}) = 4 - 13 = -9$$

(4) 2つの解を α , β とするとき, $\alpha^2 + \beta^2$ を求めよ

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4^2 - 2 \cdot (-9) = 16 + 18 = 34$$

- 5 ある団体で水族館へ見学に行くことにした. 水族館の入場料金は1人2,500円である. たたし, 30人を超えた分については20%割引いた団体割引を行っている. 入場料の総額を人数で割り, 各人が同じ料金を支払うようにする場合, 1人あたりの支払いが2,200円未満になるのは何人以上で行くときか.

人数 x 人とする.

30人以上の場合, 人あたりの支払額

$$\frac{2500 \times 30 + 2000 \times (x - 30)}{x} < 2200$$
$$75000 + 2000x - 60000 < 2200x$$
$$15000 < 200x$$
$$x > 75$$

76人以上

- 6 $\triangle ABC$ において, $AB=4$, $AC=5$, $\angle A=60^\circ$, $\angle A$ の2等分線と BC の交点を D とするとき, 次の問いに答えよ.

(1) 線分 BC の長さを求めよ.

余弦定理より

$$BC^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ = 16 + 25 - 40 \cdot \frac{1}{2}$$
$$= 41 - 20 = 21$$

$$0 < BC \text{ より } BC = \sqrt{21}$$

(2) 線分 AD の長さを求めよ.

AD を x とおく.

$\triangle ABC$ の面積 = $\triangle ABD$ の面積 + $\triangle ACD$ の面積より

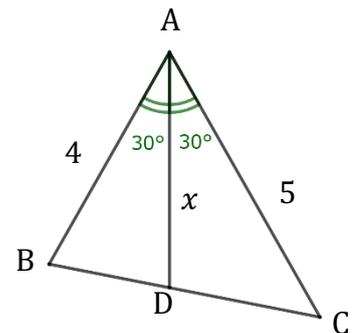
$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x \cdot \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot x \cdot \sin 30^\circ$$

$$\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 5x \cdot \frac{1}{2}$$
$$4x + 5x = 20\sqrt{3}$$

$$x = \frac{20\sqrt{3}}{9}$$

$$AD = \frac{20\sqrt{3}}{9}$$

(3) 線分 BD の長さを求めよ.



$$BD:DC = AB:AC = 4:5$$

$$BD = \frac{4}{9}BC = \frac{4\sqrt{21}}{9}$$

7 a, b, c, d の 4 個の数値を集計したところ、平均値 10, 分散 5 であった。また、 $c = 9, d = 13, a \geq b$ であることがわかっている。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 平均値 10 から、 a, b の関係を式で表せ。

$$\text{平均値 10 より, } (a + b + 9 + 13) \div 4 = 10$$

$$a + b = 18$$

$$b = 18 - a$$

$$(a \geq 9)$$

(2) a の値を求めよ。

分散 5 より

$$\{(a - 10)^2 + \{(18 - a) - 10\}^2 + (9 - 10)^2 + (13 - 10)^2\} \div 4 = 5$$

$$a^2 - 20a + 100 + 64 - 16a + a^2 + 1 + 9 = 20$$

$$2a^2 - 36a + 154 = 0$$

$$a^2 - 18a + 77 = 0$$

$$(a - 11)(a - 7) = 0$$

$$a \geq b \text{ より } a = 11$$

8 0 から 9 の 10 個の数字のうち異なる 2 個を並べて、2 桁の数字を作る。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 数字は何通りあるか。

$$\text{先頭に 0 が来ないため, } 9 \times 9 = 81 \text{ 通り}$$

(2) 中央値を求めよ。

求める数は 41 番目

1 で始まるもの 9 通りより、5 で始まる先頭 50 が 37 番目。41 番目は 54。

(3) 合計を求めよ。

100 以下の自然数の和

$$1 + 2 + \dots + 99 + 100$$

$$= (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) \times 10$$

$$+ (10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90) \times 10$$

$$= (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) \times 10$$

$$+ (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) \times 100 = 550 + 4500 = 5050$$

一桁の数

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

同じ数の重複

$$11 + 22 + 33 + 44 + 55 + 66 + 77 + 88 + 99$$

$$= 11(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 495$$

よって

$$5050 - 100 - 45 - 495 = 4410$$