2024 年度 長岡崇徳大学 一般選抜（Ⅰ期）「数学Ⅰ・A」解答例

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 次の式を展開せよ．

$$(x^2+3x+2)(x^2-3x+2)$$

$$(x^2+3x+2)(x^2-3x+2)=\{(x^2+2)+3x\}\{(x^2+2)-3x\}$$
$$=(x^2+2)^2-(3x)^2=x^4+4x^2+4-9x^2=x^4-5x^2+4$$

(2) 次の式を因数分解せよ．

$$x^2+ax-4a-16$$

$$x^2+ax-4a-16=x^2+ax-4(a+4)=(x-4)(x+a+4)$$

$\boxed{2}$ $x=\frac{1}{\sqrt{5}+2}$，$y=\frac{1}{\sqrt{5}-2}$のとき，次の値を求めよ．

(1) $x+y$

$$x+y=\frac{1}{\sqrt{5}+2}+\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}-2+\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=2\sqrt{5}$$

(2) xy

$$xy=\frac{1}{\sqrt{5}+2}\times\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{1}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=1$$

(3) x^2+y^2

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=\left(2\sqrt{5}\right)^2-2=20-2=18$$

$\boxed{3}$ 12%の食塩水 500g がある．そこに 4%の食塩水を加えて混ぜ合わせ，8%以上 9%以下の食塩水を作りたい．4%の食塩水を加える量の範囲を求めよ．

4%の食塩水の量をx g とすると，濃度は次の式で求められる．

$$\frac{500\times0.12+x\times0.04}{500+x}\times100=\frac{6000+4x}{500+x}$$

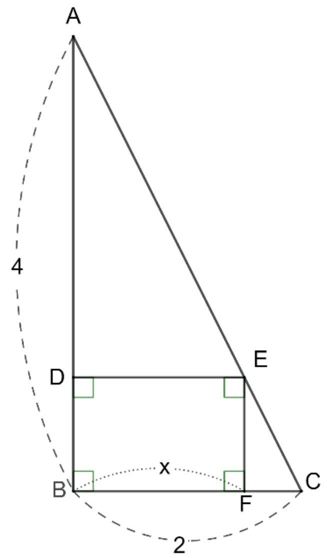
8%以上より

$$8\leqq\frac{6000+4x}{500+x}$$
$$8(500+x)\leqq6000+4x$$
$$4000+8x\leqq6000+4x$$
$$4x\leqq2000$$
$$x\leqq500$$

9%以下より

$$\frac{6000+4x}{500+x} \leqq 9$$
$$6000+4x \leqq 9(500+x)$$
$$6000+4x \leqq 4500+9x$$
$$1500 \leqq 5x$$
$$5x \geqq 1500$$
$$x \geqq 300$$
よって，4%の食塩水を加える量の範囲は 300g 以上 500g 以下.

$\boxed{4}$ 図のような直角三角形 ABC の各辺上に頂点を持つ長方形 BDEF を作る．ことのき，次の問に答えよ.



(1) 長方形 BDEF の面積 S を x を使って表わせ.

BDの長さをyとすると

△ADE∽△ABCより

$$x:4-y=2:4$$
$$4x=2(4-y)$$
$$4-y=2x$$
$$y=4-2x$$

よって

$$S=(4-2x)x=-2x^2+4x$$

(2) 長方形 BDEF の面積 S の最大値を求めよ.

$$S=-2x^2+4x=-2(x^2-2x)=-2\{(x-1)^2-1\}$$
$$=-2(x-1)^2+2$$

より，S の最大値は$x=1$のとき 2

$\boxed{5}$ 放物線$y=x^2-7x$と直線$y=x+k$が接するとき，定数kの値を求めよ．また，そのときの接点の座標を求めよ.

共有点のx座標は次の 2 次方程式の実数解.

$$x^2-7x=x+k$$
$$x^2-8x-k=0$$

この 2 次方程式の判別式をD とすると

$$D=(-8)^2-4\cdot(-k)\cdot 1=64+4k=4(16+k)$$

放物線$y=x^2-7x$と直線$y=x+k$が接するのは$D=0$のとき

$$4(16+k)=0$$
$$k=-16$$

定数kの値 $k=-16$

$x^2-8x-k=0$ に $k=-16$ を代入

$$x^2-8x-(-16)=0$$
$$x^2-8x+16=0$$
$$(x-4)^2=0$$
$$x=4$$

$y=x+k$に$k=-16$，$x=4$を代入

$$y=4-16=-12$$

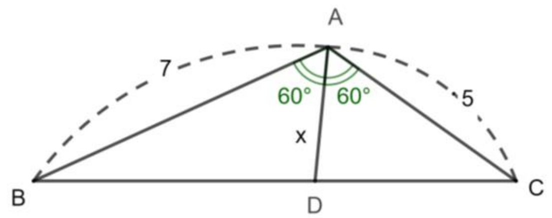
接点の座標$(4,\ -12)$

$\boxed{6}$ △ABC において，AB=7，AC=5，∠A=120° とする．∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき，線分 AD の長さを求めよ．

AD= x とすると
△ABC=△ABD+△ACD より

$$\frac{1}{2}\cdot 7\cdot 5\cdot \sin 120° = \frac{1}{2}\cdot 7\cdot x\cdot \sin 60° + \frac{1}{2}\cdot 5\cdot x\cdot \sin 60°$$
$$35=7x+5x$$
$$12x=35$$
$$x=\frac{35}{12}$$

線分 AD の長さ$\frac{35}{12}$



$\boxed{7}$ 何人かの生徒にカードを配る．1 人 4 枚ずつ配ると 9 枚余るが，1 人 6 枚ずつにすると，最後の生徒は 3 枚より少なくなる．このとき，カードの総数と生徒の人数を求めよ．

生徒の人数をx人とすると

$$0 \leqq 4x+9-6(x-1) < 3$$
$$0 \leqq -2x+15 < 3$$
$$-15 \leqq -2x < -12$$
$$15 \geqq 2x > 12$$
$$7.5 \geqq x > 6$$

xは自然数より

$$x=7$$

$$4 \times 7 + 9 = 37$$

カードの総数 37 枚，生徒の人数 7 人

$\boxed{8}$ 次のデータは人の生徒のテストの得点である．ただし，xは 20 以下の正の整数である．

$$5,\ x,\ 10,\ 8,\ 20,\ 12,\ 9,\ 16$$

(1) xの値がわからないとき，このデータの平均値の取りうる範囲を求めよ．

x以外の合計$5 + 10 + 8 + 20 + 12 + 9 + 16 = 80$

$x = 1$のとき$81 \div 8 = 10.125$

($x = 0$のとき$80 \div 8 = 10$でも正解とする)

$x = 20$のとき$(80 + 20) \div 8 = 12.5$

平均値は 10.125 以上 12.5 以下

(平均値は 10 以上 12.5 以下でも正解とする)

(2) xの値がわからないとき，このデータの中央値として何通りの値があり得るか.

x 以外を昇順に並べる 5，8，9，10，12，16，20

$x \leqq 9$のとき $(9 + 10) \div 2 = 9.5$

$12 \leqq x$のとき $(10 + 12) \div 2 = 11$

$x = 10$のとき $(10 + 10) \div 2 = 10$

$x = 11$のとき $(10 + 11) \div 2 = 10.5$

4 通り

$\boxed{9}$ 10 円硬貨 4 枚，50 円硬貨 3 枚，100 円硬貨 2 枚，500 円硬貨 1 枚のうち，一部または全部を使って支払うことができる金額は何通りあるか.

50 円硬貨 2 枚を 100 円硬貨 1 枚に置き換える.

10 円硬貨 4 枚，使い方 5 通り

50 円硬貨 1 枚，使い方 2 通り

100 円硬貨 3 枚，使い方 4 通り

500 円硬貨 1 枚，使い方 2 通り

すべて 0 枚を除いて

$$5 \times 2 \times 4 \times 2 - 1 = 79$$

79 通り