

2023年度 長岡崇徳大学 一般選抜(I期) 「数学I・A」 問題解答例

□1 次の問いに答えよ.

(1) 次の式を展開せよ.

$$(2x - 2)^2(x + 1)^2$$

$$\begin{aligned}(2x - 2)^2(x + 1)^2 &= 4(x - 1)^2(x + 1)^2 = 4(x^2 - 1)^2 = 4(x^4 - 2x^2 + 1) \\ &= 4x^4 - 8x^2 + 4\end{aligned}$$

(2) 次の式を因数分解せよ.

$$(x + 2)^3 - 9x - 18$$

$$\begin{aligned}(x + 2)^3 - 9x - 18 &= (x + 2)^3 - 9(x + 2) = (x + 2)\{(x + 2)^2 - 9\} \\ &= (x + 2)(x + 2 + 3)(x + 2 - 3) = (x - 1)(x + 2)(x + 5)\end{aligned}$$

(3) 次の式の分母を有理化せよ.

$$\frac{4}{2 + \sqrt{6}}$$

$$\frac{4}{2 + \sqrt{6}} = \frac{4(2 - \sqrt{6})}{(2 + \sqrt{6})(2 - \sqrt{6})} = \frac{4(2 - \sqrt{6})}{2^2 - 6} = \frac{4(2 - \sqrt{6})}{4 - 6} = -2(2 - \sqrt{6}) = -4 + 2\sqrt{6}$$

□2 集合 $U$ を1から9までの自然数の集合とする. $U$ の部分集合 $A$ ,  $B$ ,  $C$ について以下が成立している.

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

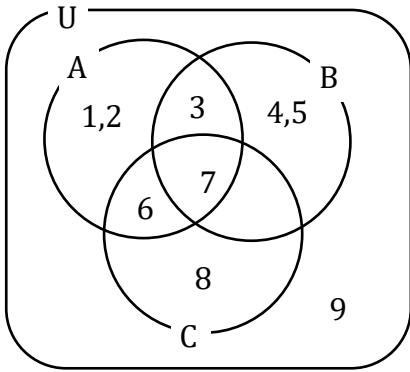
$$A \cup C = \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$$

$$B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A \cap B = \{3, 7\}$$

$$A \cap C = \{6, 7\}$$

$$B \cap C = \{7\}$$



(1) 集合  $\bar{A} \cap \bar{B}$  を求めよ.

$$\bar{A} \cap \bar{B} = \{8, 9\}$$

(2) 集合  $C$  を求めよ.

$$C = \{6, 7, 8\}$$

3 次の  に最も適する語句を(ア)~(エ)から選べ.

(1)  $x > y$  は  $x^2 > y^2$  であるための  エ .

(2)  $x + y > 0$  は  $x > 0$  かつ  $y > 0$  であるための  イ .

(ア) 必要十分条件である

(イ) 必要条件であるが十分条件ではない

(ウ) 十分条件であるが必要条件ではない

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

4  $a$  を定数とする関数  $f(x) = x^2 - 2ax + 4$  について、次の問いに答えよ.

(1)  $f(x)$  の最小値と、そのときの  $x$  を求めよ.

$$f(x) = x^2 - 2ax + 4 = (x - a)^2 - a^2 + 4$$

$x = a$  のとき、最小値  $-a^2 + 4$

(2)  $0 \leq x \leq 4$  のとき、最大値 12 となるように定数  $a$  の値を定めよ.

$f(0)$ ,  $f(4)$  のどちらかが最大値を持つ

$$f(0) = 4$$

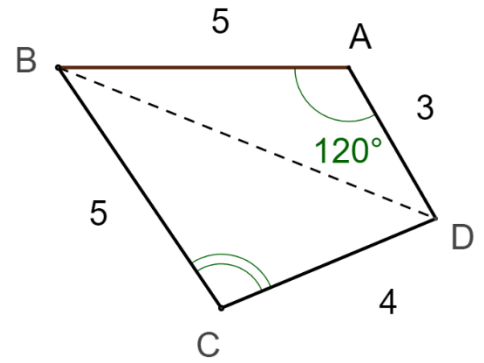
$$f(4) = 4^2 - 2a \cdot 4 + 4 = 16 - 8a + 4 = 20 - 8a$$

これが最大値 12 を持つ

$$20 - 8a = 12$$

$$a = 1$$

5 右図のような四角形 ABCD において、次の値を求めよ。



(1) BD の長さ.

$$BD^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos 120^\circ = 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{-1}{2}$$

$$= 49$$

BD > 0 より

$$BD = 7$$

(2)  $\cos C$  の値

$$7^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos C$$

$$2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos C = 25 + 16 - 49$$

$$40 \cos C = -8$$

$$\cos C = -\frac{1}{5}$$

(3)  $\sin C$  の値

$$\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

6 右の表は、10 人の生徒について行われたテストの得点分布表である。

得点の階級(点)	人数
0 以上 10 未満	3
10 ~ 20	4
20 ~ 30	3
計	10

(1) このデータの平均値のとりうる値の範囲を求めよ。

$$\text{最小 } (0 \times 3 + 10 \times 4 + 20 \times 3) \div 10 = 100 \div 10 = 10$$

$$\text{最大 } (9 \times 3 + 19 \times 4 + 29 \times 3) \div 10 = 190 \div 10 = 19$$

よって 10 点以上 19 点以下

(2) 10 人の得点の平均点は 15.2 点であり、各得点は

8, 7, 16, 22, 25, 18, 4, 12, 16,  $x$  (単位は点)

であった。 $x$ の値を求めよ。

$$(8 + 7 + 16 + 22 + 25 + 18 + 4 + 12 + 16 + x) \div 10 = 15.2$$

$$(128 + x) \div 10 = 15.2$$

$$128 + x = 152$$

$$x = 24$$

7 12%の食塩水 200g と、15%の食塩水 400g がある。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 12%の食塩水 200g と、15%の食塩水 400g を混ぜると何%の食塩水ができるか。

$$\frac{200 \times 0.12 + 400 \times 0.15}{200 + 400} = \frac{24 + 60}{600} = \frac{84}{600} = 0.14$$

14%

(2) 15%の食塩水 400g にある量の水を加えたら食塩水の濃さが 12%になった。加えた水の量は何 g か。

求める水の量を  $x$  (g) とすると

$$\frac{400 \times 0.15}{400 + x} = 0.12$$

$$400 \times 0.15 = (400 + x) \times 0.12$$

両辺を 100 倍

$$400 \times 15 = (400 + x) \times 12$$

$$400 \times 15 = 400 \times 12 + 12x$$

$$400 \times 3 = 12x$$

$$x = 100$$

加えた水の量 100 g

8 A, B, C, D, E, F の 6 人を横 1 列に並べるとき、次の問いに答えよ。

(1) A と B が両端に並ぶ並び方は何通りあるか。

両端 A-B, B-A の 2 通り

両端以外 C, D, E, F を一列に並べる  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  通り

よって  $2 \cdot 24 = 48$

48 通り。

(2) A と B がどちらも端には並ばない並び方は何通りあるか。

両端 C, D, E, F から 2 人選び並べる  $4 \cdot 3 = 12$  通り

両端以外 4 人を一列に並べる  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  通り

よって  $12 \cdot 24 = 288$

288 通り。

9 下図のようにスタートから出発し、サイコロを振っての出た目の数だけ右にマスを進んでいき、12 個右にあるゴールを目指すゲームを考える。このとき、次の間に答えよ。

スタート	a	b	c	d	E	f	g	h	i	j	k	ゴール
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

(1) b のマスにとまる確率を求めよ。

スタート → a → b

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \dots \textcircled{1}$$

スタート→b

$$\frac{1}{6} \dots \textcircled{2}$$

① + ②より

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1+6}{36} = \frac{7}{36}$$

(2) cのマスにとまる確率を求めよ.

スタート→a→c

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \dots \textcircled{1}$$

b→c (1)より

$$\frac{7}{36} \cdot \frac{1}{6} \dots \textcircled{2}$$

スタート→c

$$\frac{1}{6} \dots \textcircled{3}$$

① + ② + ③より

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{7}{36} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6+7+36}{216} = \frac{49}{216}$$